

第3讲 韩信点兵

例题练习题答案

例1 一个自然数除以21余17，除以20也余17. 这个数最小是多少？第二小是多少？

【答案】 17; 437

【解析】 这是一道余同问题. 这个数最小是17, 第二小是 $[21, 20] + 17 = 437$.

练1 一个两位自然数除以4余3，除以5也余3，这个自然数最小是多少？第三小是多少？

【答案】 23; 63

【解析】 这是一道余同问题，3满足两个条件，但是题目要求是两位自然数，所以最小的两位数是 $3 + [4, 5] = 23$, 第三小是 $3 + 20 \times 3 = 63$.

例2 一个三位数除以6余1，除以10余5. 这个三位数最小是多少？

【答案】 115

【解析】 这是一道缺同问题. 这个数加上5以后是6和10的公倍数，所以满足条件的最小数是 $[6, 10] - 5 = 25$, 最小三位数是 $25 + 30 \times 3 = 115$.

练2 一个自然数除以5余1，除以7余3，这个自然数第二小是多少？

【答案】 66

【解析】 这个自然数加上4以后是5和7的公倍数，所以最小是31, 第二小是 $31 + [5, 7] = 66$.

例3 (1) 一个数除以7余2，除以11余1. 这个数最小是多少？

(2) 有一队解放军战士，人数在150人到200人之间，如果从第一名战士开始依次按1, 2, 3, ..., 9的顺序循环报数，最后一名战士报的数是3；如果按1, 2, 3, ..., 7的顺序循环报数，最后一名战士报的数是4. 请问：一共有多少名战士？

【答案】 (1) 23; (2) 165名

【解析】 (1) 采用逐步满足法. 满足第二个条件的数为1, 12, 23, ...发现23同时满足第一个条件，因此这个数最小是23；(2) 战士的人数除以9余3，除以7余4，满足这两个条件最小

的数是39，加63的倍数，得到满足条件的人数是 $39 + 63 \times 2 = 165$ （名）。

练3 一个三位数除以5余2，除以7余3。这个三位数最小是多少？

【答案】 122

【解析】 使用逐步满足法，满足第二个条件的数依次为3，10，17，24，...其中17同时满足两个条件，然后加35的倍数，得到满足条件的最小三位数是122。

例4 100和84除以同一个数，得到的余数相同，但余数不为0。这个除数可能是多少？

【答案】 16或8

【解析】 $100 - 84 = 16$ ，可知除数是16的因数，可能是1，2，4，8和16。但因为余数不为0，只能是16或8。

练4 80和56除以同一个数，得到的余数相同，但余数不为0。这个除数可能是多少？

【答案】 3，6，12或24

【解析】 $80 - 56 = 24$ ，除数是24的因数，可能是1，2，3，4，6，8，12和24。但要满足余数不为0，除数只能是3，6，12或24。

挑战极限1 刘叔叔养了400多只兔子。如果每3只兔子关在一个笼子里，那么最后一个笼子里有2只；如果每5只兔子关在一个笼子里，那么最后一个笼子里也有2只；如果每7只兔子关在一个笼子里，那么最后一个笼子里有5只。请问：刘叔叔一共养了多少只兔子？

【答案】 467只

【解析】 兔子数除以3余2，除以5余2，除以7余5。满足前两个条件的数为2，17，32，47，...其中47同时满足第三个条件。同时满足三个条件的数为47加上3，5和7的公倍数，得到满足条件的兔子数是 $47 + [3, 5, 7] \times 4 = 467$ （只）。

第3讲 韩信点兵

日积月累答案

1 一个自然数除以5余4，除以6也余4，这个自然数最小是_____。

【答案】 4

【解析】 这是一道余同问题，所以最小是4.

2 一个自然数除以6余5，除以9也余5，这个自然数第二小是_____.

【答案】 23

【解析】 这是一道余同问题，这个数最小是5，第二小是 $[6, 9] + 5 = 18 + 5 = 23$.

3 一个自然数除以6余2，除以7余3，这个自然数最小是_____.

【答案】 38

【解析】 这是一道缺同问题，缺4，这个数加上4是6和7的公倍数，所以最小是 $[6, 7] - 4 = 38$.

4 一个自然数除以6余4，除以8余6，这个自然数最小是_____.

【答案】 22

【解析】 这是一道缺同问题，缺2，这个数加上2是6和8的公倍数，所以最小是 $[6, 8] - 2 = 22$.

5 在小于50的自然数中， $a \div 11$ 的余数与 $67 \div 11$ 的余数相同，那么 a 最大是_____.

【答案】 45

【解析】 67除以11与 a 除以11的余数都是1，并且 a 要小于50，经试验， a 最大可以是45.

6 一个自然数除以7余3，除以27余5，这个自然数最小是_____.

【答案】 59

【解析】 除以27余5的数有5, 32, 59, ...其中59同时满足第一个条件，因此这个数最小是59.

7 一个自然数除以6余5，除以25余3，这个自然数最小是_____.

【答案】 53

【解析】 除以25余3的数有3, 28, 53, ...其中53同时满足第一个条件，因此这个数最小是53.

8 107和93这两个数除以同一个两位数，得到相同的余数，这个两位数是_____.

【答案】 14

【解析】 除数是 $107 - 93 = 14$ 的因数，又是一个两位数，因此只能是14.

9 120和99这两个数除以同一个两位数，得到的余数相同，这个两位除数是_____.

【答案】 21

【解析】除数是 $120 - 99 = 21$ 的因数，又是一个两位数，因此只能是21.

10 1986和2011这两个数除以同一个两位数，得到相同的余数，这个两位数是_____.

【答案】 25

【解析】 $2011 - 1986 = 25$ ，所以这个两位数是25的因数，25的因数中是两位数的只有25.