

第10讲 神奇的“完全数”

例题练习题答案

例1 12345654321的第二大因数是多少？

【答案】 4115218107

【解析】 12345654321最小的因数是1，第二小的因数是3，那么第二大的因数是
 $12345654321 \div 3 = 4115218107$.

练1 12345678987654321的第二大因数是多少？

【答案】 4115226329218107

【解析】 因数是成对出现的，最大的因数对应最小的因数，第二大的因数对应第二小的因数，
12345678987654321的第二小的因数是3，对应的第二大的因数是
 $12345678987654321 \div 3 = 4115226329218107$.

例2 下列各数分别有多少个因数？

23, 64, 75, 225, 720.

【答案】 2; 7; 6; 9; 30

【解析】 23为质数，质数有2个因数. $64 = 2^6$ ，有 $6 + 1 = 7$ （个）因数. $75 = 3 \times 5^2$ ，有
 $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ （个）因数. $225 = 3^2 \times 5^2$ ，有 $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$
（个）因数. $720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ ，有 $(4 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 30$ （个）因
数.

练2 下列各数分别有多少个因数？

18, 47, 243, 196, 450.

【答案】 6, 2, 6, 9, 18

【解析】 分解质因数后，指数加1连乘即可.

例3 3600有多少个因数？其中有多少个是3的倍数？有多少个是4的倍数？有多少个是6的倍数？

【答案】 45; 30; 27; 24

【解析】 $3600 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$, 有 $(4+1) \times (2+1) \times (2+1) = 45$ (个) 因数.

$3600 = 3 \times (2^4 \times 3 \times 5^2)$, 有 $(4+1) \times (1+1) \times (2+1) = 30$ (个) 因数是3的倍数. $3600 = 4 \times (2^2 \times 3^2 \times 5^2)$, 有 $(2+1) \times (2+1) \times (2+1) = 27$

(个) 因数是4的倍数. $3600 = 6 \times (2^3 \times 3 \times 5^2)$, 有

$(3+1) \times (1+1) \times (2+1) = 24$ (个) 因数是6的倍数.

练3 3456共有多少个因数? 其中有多少个是3的倍数? 有多少个是4的倍数? 有多少个是6的倍数?

【答案】 32; 24; 24; 21

【解析】 $3456 = 2^7 \times 3^3$, 因数有 $8 \times 4 = 32$ (个). 其中3的倍数有 $8 \times 3 = 24$ (个), 4的倍数有 $6 \times 4 = 24$ (个), 6的倍数有 $7 \times 3 = 21$ (个).

例4 在小于1000的正整数中, 有多少个数有奇数个因数?

【答案】 31

【解析】 平方数有奇数个因数. 1000以内的平方数有 $1^2, 2^2, 3^2, \dots, 31^2$, 因此有31个数有奇数个因数.

练4 小于200的正整数中, 有多少个数有奇数个因数?

【答案】 14

【解析】 平方数有奇数个因数. 200以内的平方数有 $1^2, 2^2, 3^2, \dots, 14^2$, 因此有14个数有奇数个因数.

挑战极限1 1800有多少个因数不是2的倍数?

【答案】 9

第10讲 神奇的“完全数”

日积月累答案

1 111111111的第二大的因数是_____.

【答案】 37037037

【解析】 111111111第二小的因数为3，因此第二大的因数为 $111111111 \div 3 = 37037037$.

2 270的因数有_____个.

【答案】 16

【解析】 找一个数因数的个数通常有枚举法和分解质因数法，因数个数较多时一般采用分解质因数法. $270 = 2 \times 3^3 \times 5$ ，有 $(1+1) \times (3+1) \times (1+1) = 16$ (个) 因数.

3 180有_____个因数.

【答案】 18

【解析】 $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ ，则180有 $(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18$ (个) 因数.

4 在小于200的正整数中，有_____个数有偶数个因数.

【答案】 185

【解析】 平方数有奇数个因数，小于200的平方数有 1^2 、 2^2 、 $\dots$ 、 14^2 ，共14个，因此有偶数个因数的数有 $199 - 14 = 185$ (个) .

5 240有_____个因数是奇数.

【答案】 4

【解析】 $240 = 2^4 \times 3 \times 5$ ，因数是奇数即不含有因数2，有 $(1+1) \times (1+1) = 4$ (个) 这样的因数.

6 240有_____个因数是3的倍数.

【答案】 10

【解析】 $240 = 2^4 \times 3 \times 5$ ，它的因数要是3的倍数，质因数3的指数只能是 3^1 ，1种情况，所以有 $(4+1) \times 1 \times (1+1) = 10$ (个) 因数是3的倍数.

7 2016有_____个因数.

【答案】 36

【解析】 找一个数因数的个数通常有枚举法和分解质因数法，因数个数较多时一般采用分解质因数法. $2016 = 2^5 \times 3^2 \times 7$ ，有 $(5+1) \times (2+1) \times (1+1) = 36$ (个) 因数.

8 在小于2017的正整数中，有_____个数有奇数个因数.

【答案】 44

【解析】 平方数有奇数个因数. 2017以内的平方数有 $1^2, 2^2, 3^2, \dots, 44^2$, 因此有44个数有奇数个因数.

9 2016有_____个因数是7的倍数.

【答案】 18

【解析】 $2016 = 2^5 \times 3^2 \times 7$, 有 $(5+1) \times 1 \times (2+1) = 18$ (个) 因数是7的倍数.

10 6216的因数有_____个.

【答案】 32

【解析】 提示, 牢记计算因数个数的方法, 并能准确分解质因数.